طاقة و توزيع الشحنات الكهربية داخل و على محيط موصل دائري باستخدام طريقة Energy Minimization

عبدالوهاب خليل الصلابي و نمرة محمد وريث*
قسم الفيزياء - كلية العلوم – جامعة مصراتة
*Namera.mohammed10@sci.misuratau.edu.ly

ملخص :
تم تطبيق طريقة Energy Minimization لحساب طاقة و كيفية توزع الشحنات الكهربية النقطية (N=2…50) مقيدة بجهد كولوم على قرص رفيع موصل . تم الحصول على أشكال كيفية توزيع الشحنات الكهربية على موصل دائري في بعدين و وجد أن هذه التوزيعات تختلف باختلاف عدد الشحنات بالموصل كما تم حساب طاقة الاستقرار لكل توزيع من هذه التوزيعات . هذه النتائج في اتفاق مع النتائج المنشورة و ايدت النتائج المنشورة.

مقدمة

عند وضع عدد N من الجسيمات المشحونة المتماثلة داخل كرة موصلة محاطة بسطح موصل للكهرباء و مقيدة بسطح كروي فإنها سوف تتوزع بطريقة معينة على السطح الخارجي للكرة بحيث لا يوجد موضع مستقر لأي شحنة من الشحنات داخل الكرة. تَوزع الشحنات على السطح الخارجي للكرة تعرف بمسألة تومسون Thomson problem [1] ، هذه المسألة معروفة جيدا في الفيزياء و من المسائل التي نالت اهتمام الكثير من البحث و الدراسة . بالرغم من ان المسألة قد حلت بشكل بسيط الا ان الشكل الهندسي الذي تكونه الشحنات الكهربية على سطح الكرة ظل مسألة معقدة و مجال من مجالات البحث العلمي التي لم تحل بشكل حاسم[2].

في دراسة مثيرة للاهتمام اثبت Berezin[3] عام 1985 أن اقل طاقة جهد كهربي لتوزع عدد N من الشحنات المتماثلة على قرص دائري لا تكون عندما تكون جميع الشحنات على السطح الخارجي للقرص ، اي أن الشحنات اذا كان عددها اكبر من 11 سوف تتوزع بشكل مثالي بحيث تكون شحنة واحدة في المركز داخل القرص و باقي الشحنات تتوزع على محيطه الخارجي . منذ الدراسة التي نشرها Berezin [3] عام 1985 توالت الابحاث في هذا المجال لمعرفة التراكيب الهندسية التي تشكلها الاجسام المشحونة داخل و على محيط الموصلات بأشكال مختلفة ، و بالرغم من هذا الاهتمام الكبير ظلت هذه الابحاث النظرية تطبق بطريقة Energy Minimization و في الاشكال ثنائية البعد. في دراسة اخرى[4] مهمة تمت دراسة توزيع عدد 17 شحنة حيث وجد ان الشحنات تتوزع بطريقة بحيث عدد اثنان من الشحنات تكون داخل القرص و باقي الشحنات تتوزع على محيط القرص. هذه النتيجة الاخيرة مخالفة لما وجده Berezin ، و في دراسات اخرى وجد ان الشحنات الكهربية التي تتفاعل مع بعضها البعض بجهد كولوم تتوزع على قرص دائري موصل رفيع بشكل حلقات متحدة المركز [8,7,6, 5] . وجد العالمان (Ş.Erkoç, H. Oymak) التوزيع بشكل حلقات متحدة المركز يتبع متواليات رياضية معينة[10,9] .

في هذا البحث سوف نطبق طريقة Energy Minimization لإيجاد التوزيعات الاقل طاقة للشحنات الكهربية النقطية (N=2…50) مقيدة بجهد كولوم على قرص رفيع موصل و كذلك التركيبات التي تكونها هذه الشحنات داخل و على محيط القرص و مقارنة النتائج مع النتائج في الدراسات السابقة .

طاقة التفاعل :

النظام في هذه الدراسة نظام كلاسيكي ثنائي البعد مكون من عدد N من الشحنات النقطية المتماثلة مقيدة بسطح دائري. تتفاعل الشحنات الكهربية النقطية مع بعضها بجهد كولوم ، الطاقة الكلية للنظام :

$$E_{tot} = \sum_{i<j}^{N} \frac{K_e q^2}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} \qquad (1)$$

حيث (q>0) شحنة كل نقطة . $\vec{r}_i$ متجه الموضع للشحنة i ، K_e ثابت كولوم

يمكن كتابة المعادلة (1) بالصيغة :

$$E_{tot} = \frac{K_e Q^2}{N^2} \quad \frac{1}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|/R} \qquad (2)$$

حيث Q=Nq الشحنة الكلية للنظام .

يمكن صياغة المعادلة (2) بحيث تكون بدون ابعاد $\frac{K_e Q^2}{N^2}$ حيث R نصف قطر القرص الدائري.

$$E_{tot} = \frac{K_e Q^2}{R} \cdot \frac{E_N}{N^2} \qquad (3)$$

$$E_N = \sum_{i<j}^{N} \frac{1}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|/R} \qquad (4)$$

لاحظ ان في هذه الصيغة متجه الموضع للشحنة النقطية بدون ابعاد [2].

الطريقة المستخدمة

الطريقة المستخدمة في هذا البحث مبنية على طرق Energy Minimization[11] ويمكن تلخيصها في الخطوات التالية :

1- وضع التوزيع الابتدائي للشحنات النقطية N على القرص الموصل باستخدام الاعداد العشوائية و حساب طاقة التوزيع .
2- تغيير موضع احدى الشحنات i و حساب طاقة التوزيع الجديد .
3- لكل شحنة q تحسب الطاقة قبل وبعد الازاحة . اذا كان التغير في الطاقة $\Delta E_i < 0$ تقبل الحركة ويستبدل الموضع القديم بالجديد . و اذا كانت $\Delta E_i > 0$ ترفض الحركة و يحتفظ بالموضع القديم . وتكرر العملية لجميع الشحنات من i=1 الى N .
4- تكرر الخطوات السابقة الى ان نحصل على أقل طاقة للنظام .

النتائج والحسابات

الجدول رقم 1 يحتوي نتائج طريقة Energy Minimization لأنظمة مختلفة اعداد الشحنات (N) بها من شحنتين الى خمسين شحنة و قد تم ادراج الطاقة الدنيا عديمة الوحدات (بدون وحدات) لكل نظام . و تمت مقارنة هذه النتائج بالنتائج المنشورة[12] . الشكل رقم 1 يحتوي صورا لكيفية توزع عدد N من الشحنات داخل و على محيط موصل دائري. هذه الصور توضح ان ليس كل الشحنات تتوزع على المحيط الخارجي للموصل

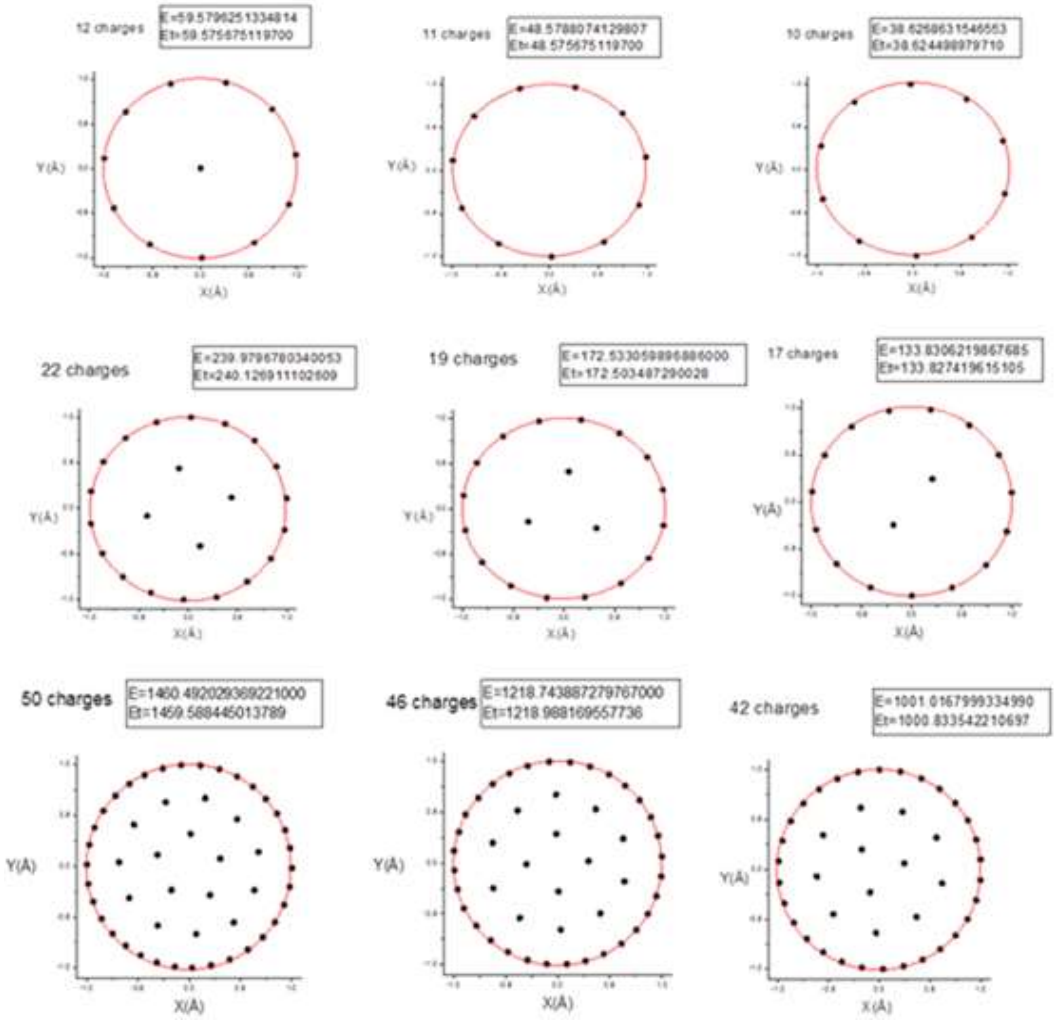
ولكن هناك عدد من لشحنات يكون داخل الموصل و يختلف عدد الشحنات داخل الموصل باختلاف عدد الشحنات الكلية .

لجدول (1) : طاقة الاستقرار الكلية لعدد N من الشحنات داخل وعلى محيط الموصل الدائري محسوبة بطريقة Energy Minimization و تمت مقارنة نتائجنا بالنتائج المنشورة .

N	E(N)	E(N) [12]	N	E(N)	E(N) [12]
2	0.500000000000	0.500000000000	27	379.45481835602	379.355399983552
3	1.732078562267	1.732050807569	28	411.44652774662	411.345963575546
4	3.828546341298	3.828427124746	29	444.81977725889	444.549112410440
5	6.882367897146	6.881909602356	30	479.39345430036	479.085376251289
6	10.964682587261	10.964101615138	31	515.07589610480	514.922037954133
7	16.134003312085	16.133354096737	32	631.71240286656	552.273841092933
8	22.440441407009	22.438926769673	33	673.02372490045	590.809174473404
9	29.925905481197	29.923449197798	34	631.71240286665	630.836772995124
10	38.626863154655	38.624498979710	35	673.02372490045	672.343920999099
11	48.578807412980	48.575675119700	36	715.25509621668	715.069752264840
12	59.579625133481	59.575675119700	37	759.57819131465	759.343928387275
13	71.814975978911	71.807361517912	38	805.19170027856	804.929120361020
14	85.355541311197	85.347289574715	39	852.95422825488	851.919463039003
15	100.230719240921	100.220964796010	40	900.75115250505	900.127213945324
16	116.379071094407	116.451998016074	41	950.05298044598	949.859345275397

يتبع الجدول رقم 1

17	133.830621986768	133.827419615105	42	1001.0167999334	1000.833542210697
18	152.434815423381	152.487519599620	43	1053.8951705066	1053.311602788875
19	172.533059896886	172.503487290028	44	1108.3317433302	1107.086573870132
20	193.660366025721	193.637194999288	45	1162.5085421053	1162.336834319836
21	216.220606109429	216.185497368698	46	1218.7438872797	1218.988169557736
22	239.979678034005	240.126911102609	47	1278.1835465249	1277.013334160608
23	265.584642164216	265.205436373464	48	1336.6244610511	1336.380976697888
24	291.790854848122	291.731568056594	49	1398.2280162980	1397.205894653787
25	319.788226702419	319.668502547803	50	1460.4920293692	1459.588445013789
26	348.683735408034	348.773366698993			



الشكل (1): توزيع عدد N من الشحنات الكهربية داخل و على محيط موصل دائري.

المناقشة

في هذا البحث طبقت طريقة Energy Minimization gوحساب طاقة و كيفية توزيع الشحنات الكهربية النقطية (N=2…50) مقيدة بجهد كولوم على قرص رفيع موصل و تمت مقارنة النتائج مع النتائج المنشورة[12] . هذه النتائج في اتفاق مع النتائج المنشورة و أيدتها. ايضا تحصلنا على اشكال توزع الشحنات و اختلاف طرق توزعها باختلاف عدد الشحنات. هذه النتائج سوف تساعد في تطوير نماذج لكيفية توزع الإلكترونات في المواد الكمية[13]. سوف نقوم بمواصلة البحث باستخدام طريقة المنتي كارلو و التي تتيح لنا الوصول الى التراكيب الاقل طاقة بشكل افضل بكثير من طريقة Energy Minimization و توفر لنا الفرصة لاختبار تأثير درجة الحرارة على توزيع الشحنات داخل و على محيط الموصلات.

المراجع

1. Thomson J.J. ,On the structure of the atom Phil. Mag. 7 (1904) 237.
2. Batle J., Ciftja O., Naseri M., Ghoranneviss M., Farouk A., Elhoseny M. , Physica Scripta.**92** (2017) 055801.
3. Berezin A.A. , Nature **315** (1985) 104.
4. Queen N.M. , Nature. **317**(1985)208.
5. WillL.T. e. Vennik J., J. Phys. A : Math. Gen. **18**(1985)L1113.
6. A.A.Berezin , Chem.Phys.Lett.**123**(1986) 62 .
7. M.G.Calkin , D.Kiang and D.A.Tindall, ,Am. J. Phys. **55** (1987) 157.
8. K.J.Nurmela , J.Phys.A: Math.Gen.**31** (1998)1035.
9. Ş.Erkoç, Oymak H.,Physical Review E.**62**.(2000)3075.
10. Oymak H., Ş.Erkoç .Int. J. Mod. Phys. C **11** (2000)891.
11. M.Sancho, Sebastian J. L., Munoz S. and Miranda J. M ., IEE Proc.-Sci Meas. Tech. **148**, (2001)121.
12. Erkoç Ş., Oymak H.,Physicsl Letters A, **290**(2001)28.
13. Tim LaFave Jr, Journal of Electrostatic*, **71***(2013)1029.*